

Üçüncü Boyuta Genişletilmiş Marr-Hildreth Yöntemiyle MR Görüntülerinde Kenar Tespiti

Edge Detection on MR Images with Marr-Hildreth Method Extended to Third Dimension

Ceyda Nur ÖZTÜRK, Songül ALBAYRAK
Bilgisayar Mühendisliği Bölümü
Yıldız Teknik Üniversitesi
İstanbul, Türkiye
{ceyda.nur.ozturk@std, songul@ce}.yildiz.edu.tr

Özetçe —Bu çalışmada çoğunlukla iki boyutlu (2-B) görüntüler üzerinde kullanılan Marr-Hildreth yöntemi, üç boyutlu (3-B) görüntülerde çalışmak üzere genişletilmiştir. Aynı yöntemin 3-B, kesit bazında çalışan 2-B, ve hesaba ait karmaşıklığı azaltan hızlandırılmış 3-B uyarlamalarının Osteoartrit Girişimi veri tabanından alınan diz MR görüntülerine uygulanmasıyla elde edilen sonuçlar karşılaştırılmış, 3-B Marr-Hildreth yöntemlerinin kesit bazında çalışan 2-B Marr-Hildreth yönteminin bulunduğu kenarları da tespit etme başarısı değerlendirilmiştir.

Anahtar Kelimeler—3-B kenar tespiti, Marr-Hildreth yöntemi, LoG filtreleme, sıfır geçişleri, MR görüntüsü işleme.

Abstract—In this study, Marr-Hildreth method applied on mostly two dimensional (2-D) images was extended in order to run on three dimensional (3-D) images. After the same method's 3-D version, the slice-wise 2-D version, and the accelerated 3-D version reducing computational complexity were applied on knee MR images which were acquired from the Osteoarthritis Initiative database, the results obtained were compared, and the success of the 3-D Marr-Hildreth methods in detecting also the edges found by the slice-wise 2-D Marr-Hildreth method was evaluated.

Keywords—3-D edge detection, Marr-Hildreth method, LoG filtering, zero crossings, MR image processing.

I. GİRİŞ

Günümüz medikal görüntü çeşitlerinden biri olan manyetik rezonans (MR) görüntüleri satır, sütun ve kesitlerden oluşan üç boyutlu (3-B) sayısal verilerdir. Görüntü işleme algoritmalarının genellikle iki boyutlu (2-B) görüntüler üzerinde çalıştırılıyor olması, MR görüntülerinin de kesit bazında ele alınarak işlenmesini yaygınlaştırmıştır. Buna karşın, 3-B bir görüntünün işlenmesi sırasında üçüncü boyuta ait verilerin de direkt sürece dahil edilmesi verinin daha kapsamlı değerlendirilerek güvenilir sonuçlar elde edilmesini sağlayabilir [1]. Dahası 3-B kenar ya da ilgi noktası tespit yöntemleri, MR görüntülerindeki anatomik yapıların yeniden inşası [2], birbirleriyle karşılaştırılması [3], modellerinin üretimi [4], bölütlenmesi [5] yahut tanınması [6] için sağlam özellikler üretebilir.

Marr-Hildreth, 2-B görüntülerde uygulanmak üzere tanımlanan [7], [8] ve Laplacian of Gaussian (LoG) filtrelemenin ardından sıfır geçişlerinin bulunmasıyla görüntülerdeki yön bağımsız (izotropik) kenar noktalarını tespit edebilen bir yöntemdir. Bu metinde, Bölüm II'de 3-B görüntülerde kenar tespiti ve ilgi noktası bulmayla alakalı yapılmış bazı çalışmalara değinildikten sonra Bölüm III'te Marr-Hildreth yönteminin 3-B görüntülerde çalışmak üzere nasıl genişletilebileceği anlatılmaktadır. Bölüm IV'te Osteoartrit Girişimi (OAI) veri tabanından alınan diz MR görüntülerinin, 3-B Marr-Hildreth, kesitler üzerinde ardı ardına çalışan 2-B Marr-Hildreth ve hesaba ait karmaşıklığı azaltan hızlandırılmış 3-B Marr-Hildreth yöntemleri kullanılarak işlenmesiyle elde edilen sonuçlar karşılaştırılmaktadır. Bölüm V'te 3-B Marr-Hildreth yönteminin olumlu ve olumsuz yönleri değerlendirilmektedir.

II. İLGİLİ ÇALIŞMALAR

Bomans vd. [2] kafa MR görüntülerindeki anatomik yüzeylerin üç boyutta yeniden inşasını, Gaussian'ların farkları (difference of Gaussians- DoG) tekniğiyle hızlandırılmış 3-B Marr-Hildreth yönteminin bulunduğu sınırları temel alan biçimsel filtreleme ve yüzey resmetme algoritmalarıyla makul bir şekilde gerçekleştirmişlerdir. Pielot vd. [3], 3-B pencere-lerde birinci dereceden türevlerin çarpımı üzerinden belirledikleri ilgi noktalarını alt hacimlerdeki anatomik uyuşmaların tespitinde kullanarak beyin için referans şablon üretmiş ve bu ilgi noktaları ile şablondan mesafeyle ağırlıklandırılmış eğme işlemini uygulamada faydalanmışlardır. Brejl ve Sonka [9] görüntü yoğunluklarını dar komşuluklarda ara değerleyip hesapladıkları eğimlerin yönünü belirleyerek izotropik olmayan görüntülerde çalışabilecek yeni bir yönlü 3-B kenar tanıma yöntemi tasarlamış ve farklı veri setleri üzerindeki deneylerin çoğunda yöntemlerinin 3-B Canny kenar tanıma yönteminden üstün olduğunu kanıtlamışlardır. Scovanner vd. [6] ölçek bağımsız özellik dönüşümü (scale invariant feature transform- SIFT) yöntemini 3. boyuta genişleterek oluşturdukları tanımlayıcıların MR görüntüsü veya video gibi 3-B verilerde 2-B SIFT tanımlayıcılarına göre daha ayırdedici olacağını ileri sürmüş ve video görüntülerinde hareket tanıyabilmek için kullandıkları 3-B SIFT tanımlayıcılarının yüksek temsil gücü sayesinde başarıyı arttırdığını belirlemişlerdir.

III. MARR-HILDRETH YÖNTEMİNİN ÜÇÜNCÜ BOYUTA GENİŞLETİLMESİ

Yöntemin üçüncü boyuta genişletilebilmesi için öncelikle LoG fonksiyonunun değişkenlerin farklı standard sapmaları olabileceğini öngören çok değişkenli modeli türetilmiştir. Ardından 6-bağıllığı temel olarak satır, sütun ve kesitlerdeki sıfır geçişlerini bulan algoritma tasarlanmıştır.

A. LoG Filtreleme

Bir MR görüntüsünün satır, sütun ve kesitleri sırasıyla (x, y, z) eksenleriyle ifade edildiğinde, bu görüntülerin genellikle z eksenindeki çözünürlüğünün x ve y eksenlerindeki göre düşük olduğu söylenebilir. Fiziki dünyaya göre standard sapması her boyutta σ olan bir uzamsal filtre ile düzgünleştirme işlemi yapılmak istenirse, görüntünün eksenlerdeki çözünürlükleri (r_x, r_y, r_z) göz önüne alınarak uygulanacak filtrenin dijital standard sapmaları $(\sigma_x = \sigma/r_x, \sigma_y = \sigma/r_y, \sigma_z = \sigma/r_z)$ olarak belirlenebilir. Buna göre, görüntüye uygulanacak filtrenin boyutları (s_x, s_y, s_z) denklem (1)'de olduğu üzere hesaplanabilir.

$$[s_x, s_y, s_z] = [2\lceil 3\sigma_x \rceil + 1, 2\lceil 3\sigma_y \rceil + 1, 2\lceil 3\sigma_z \rceil + 1] \quad (1)$$

Ortalaması $\mu = [0 \ 0 \ 0]$, kovaryans matrisi Σ olan üç değişkenli bir Gauss fonksiyonunun olasılık dağılımı (2)'deki gibidir. Denklemde Σ , köşegen değerleri $(\sigma_x^2, \sigma_y^2, \sigma_z^2)$ olan (3×3) 'lük köşegen matrisi; \mathbf{v} filtre bileşenlerinin eksenlerdeki koordinat değerlerine işaret eden (v_x, v_y, v_z) değişkenleri vektörüdür.

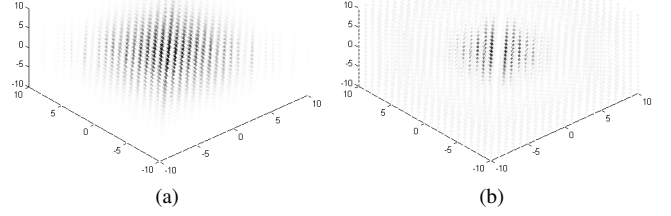
$$G(\mathbf{v}, \Sigma) = (\sqrt{(2\pi)^3 |\Sigma|})^{-1} \exp(-\frac{1}{2} \mathbf{v} \Sigma^{-1} \mathbf{v}^T) \quad (2)$$

Bu 3 değişkenli Gauss fonksiyonunun ikinci dereceden kısmi türevleri toplamı olan Laplacian fonksiyonu ise denklem 2'deki üstlü terimin katsayısının göz ardı edilmesiyle denklem 3'teki gibi türetilir. Bu fonksiyona bağlı olarak üretilen Laplacian filtrenin homojen yoğunluklu bölgelerdeki cevabının bastırılabilmesi için filtre değerleri toplamı 0 olmalıdır, ki bu filtrenin tüm değerlerinden bu değerlerin ortalaması çıkarılarak sağlanabilir.

$$\begin{aligned} \nabla^2 G(\mathbf{v}, \Sigma) &= \frac{\partial^2 G}{\partial v_x^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial v_y^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial v_z^2} \quad (3) \\ &= \left(\frac{v_x^2}{\sigma_x^4} - \frac{1}{\sigma_x^2} + \frac{v_y^2}{\sigma_y^4} - \frac{1}{\sigma_y^2} + \frac{v_z^2}{\sigma_z^4} - \frac{1}{\sigma_z^2} \right) \exp(-\frac{1}{2} \mathbf{v} \Sigma^{-1} \mathbf{v}^T) \\ &= (\mathbf{v} \Sigma^{-2} \mathbf{v}^T - \text{tr}(\Sigma^{-1})) \exp(-\frac{1}{2} \mathbf{v} \Sigma^{-1} \mathbf{v}^T) \end{aligned}$$

Şekil 1 verilen denklemlere göre oluşturulmuş olan 3-B Gauss ve 3-B LoG filtrelerini, $[0, 1]$ aralığına ölçeklenmiş filtre değerlerinden yüksek değerler koyu, düşük değerler açık renkte olacak şekilde görselleştirilmiştir. İki boyutta olduğu gibi Gauss filtre değerlerinin filtre merkezine doğru en yüksek değerleri aldığı; LoG filtrenin merkezine yakın konuşlanmış pozitif değerlerin de negatif değerlerle çevrelediği gözlenmektedir.

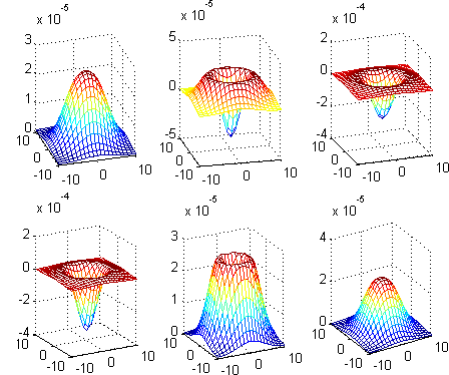
3-B LoG filtre değerlerinin Şekil 1'deki gibi görsellenmesi tam manasıyla anlaşılmasını mümkün kılmadığından, filtrenin x ekseninde alınmış bazı kesitlerdeki detayı Şekil 2'de olduğu gibidir.



Şekil 1: (a) 3-B Gauss, (b) 3-B LoG filtreleri.

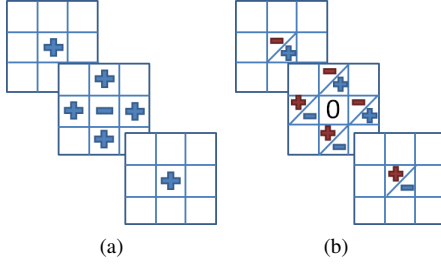
B. Sıfır Geçişlerini Bulma

Bir görüntünün LoG filtre ile konvolüsyon toplamı sonucu elde edilen Laplacian görüntüsünde, birbirine komşu elemanların değerleri arasında işaret değişiminin gerçekleştiği koordinatlar sıfır geçiş noktalarını verir. İşaret değiştiren komşu değerler arası farkın genliği belirli bir eşik değerinden yüksek olduğunda sıfır geçiş noktaları kenar noktası olarak atanır. Böylece daha kalın olabilecek görüntü kenarları inceltilmiş ve daha güçlü kenarlar elde edilmiş olur [10].



Şekil 2: 3-B LoG filtrenin x ekseninde alınmış bazı kesitleri.

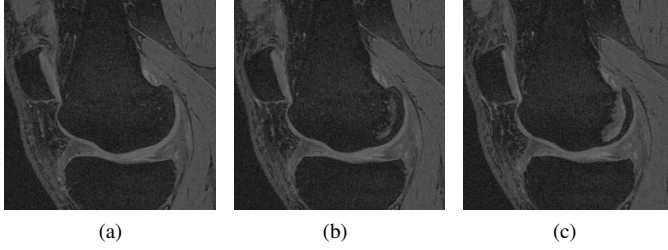
Sıfır geçiş noktalarını 3-B bir görüntüde belirleyebilmek için görüntü elemanlarının ve bunların 6-bağıllığındaki komşularının değerleri göz önüne alınarak Şekil 3'te resmedilen iki durum incelenir. Birinci durumda eksi ile gösterilen görüntü elemanı, artı ile gösterilen 6 komşusuyla tek tek karşılaştırılıp, kendisinin negatif, komşusunun pozitif olması koşulu aranır. Altı karşılaştırmadan en az birinin verilen koşulu sağlaması halinde eksi ile ifade edilen eleman sıfır geçiş noktasıdır. Aynı eleman, koşulu sağlayan karşılaştırmalardan herhangi birinde kendisiyle komşusu arasındaki değer farkının genliği, mutlak değeri alınmış Laplacian görüntüsü değerlerinin ortalamasının belirli bir katından (mesela 0.7 katından) büyükse kenar noktası olur. İkinci durumda, değeri 0 olan görüntü elemanlarının aynı eksen üzerinde yer alan üç karşılıklı komşusundan en az biri arasında işaret değişimi bulunduğu, 0 merkez elemanı sıfır geçiş noktası olur. İşaret değiştiren karşılıklı komşulardan herhangi birinin değer farkı genliği ilk durumda bahsedilen eşik değerinin 2 katından büyük olduğunda ise merkez eleman kenar noktası olur.



Şekil 3: Sıfır geçiş noktalarını bulmak için Laplacian görüntüsünde incelenen (a) birinci ve (b) ikinci durum.

IV. DENEYLER

Boyutları (x, y, z) 'de $(280 \times 280 \times 143)$ ve (r_x, r_y, r_z) çözünürlükleri $(0,36, 0,36, 0,7)$ olan 3-D DESS (dual echo in the steady state) standardında 20 diz MR görüntüsü, 3-B Marr-Hildreth, görüntünün her bir kesitine uygulanmak suretiyle 2-B Marr-Hildreth ve 3-B yöntemin hesaba ait karmaşıklığını azaltan hızlandırılmış 3-B Marr-Hildreth yöntemleriyle işlenmiştir. Kullanılan diz MR görüntüleri kamu kullanımına <http://www.oai.ucsf.edu/> adresinden açık olan OAI veri tabanından edinilmiştir. Şekil 4 yöntemlerin karşılaştırılmasında kullanılan MR görüntülerinden birinin art arda üç kesitini göstermektedir.



Şekil 4: OAI veri tabanına ait bir diz MR'nın (a) 53., (b) 54. ve (c) 55. kesitleri.

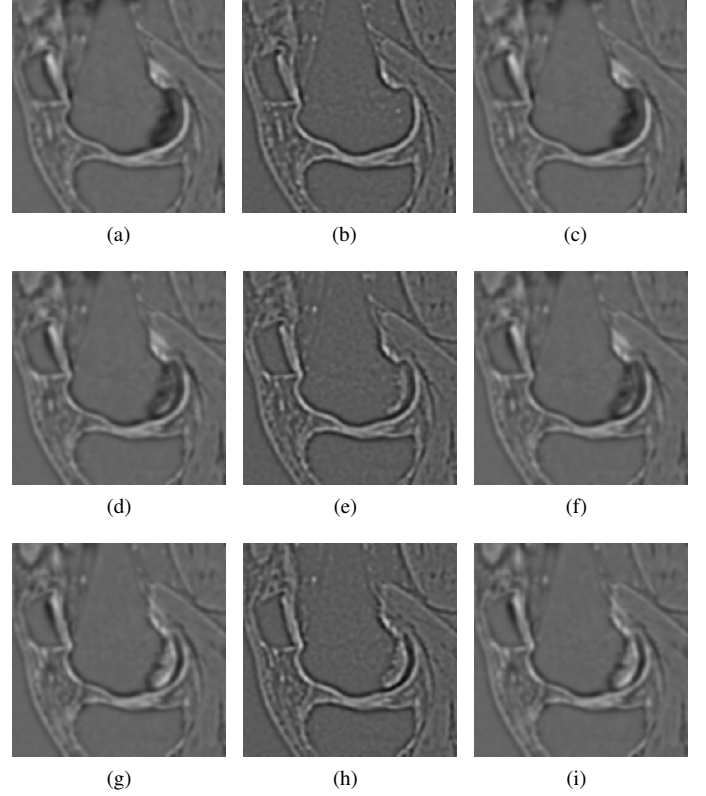
MR görüntüsündeki eleman sayısı N , LoG filtrenin her bir boyutu yaklaşık olarak s ile ifade edildiğinde, 3-B filtrenin MR görüntüsünün bütünüyle, 2-B filtrenin ise görüntünün her bir kesitiyle konvolüsyon toplamının alınması hesabı sırasıyla $O(Ns^3)$ ve $O(Ns^2)$ karmaşıklığındadır. Artan s değerlerinde karmaşıklığı hızla büyüyen üç boyutta filtreleme işleminin kesinliğini fazla değiştirmeden yükünü azaltarak karmaşıklığı $O(8Ns)$ 'e indiren hızlandırılmış üç boyutta filtreleme tekniği, 3-B LoG filtrenin denklem 4'e göre ayrılabilirlik özelliğine dayandırılmıştır [2]. Bu teknikte x, y ve z eksenleri boyunca uzanan bir boyutlu (1-B) LoG ve Gauss filtrelerinin denklemde ifade edilen sırayla MR görüntüsüyle ardı ardına konvolüsyon toplamı alınmış ve elde edilen sonuçlar birleştirilmiştir.

$$\begin{aligned} \nabla^2 G(v, \Sigma) &= \nabla^2 G(v_x, \sigma_x) * G(v_y, \sigma_y) * G(v_z, \sigma_z) \quad (4) \\ &+ G(v_x, \sigma_x) * \nabla^2 G(v_y, \sigma_y) * G(v_z, \sigma_z) \\ &+ G(v_x, \sigma_x) * G(v_y, \sigma_y) * \nabla^2 G(v_z, \sigma_z) \end{aligned}$$

Yöntemlerde kullanılan LoG ve Gauss filtrelerinin boyutları denklem 1'e göre, σ değeri takribi kıkırdak kalınlığını

veren 1.1 mm [11] olacak şekilde hesaplanmıştır. Buna göre 3-B LoG filtre $(21 \times 21 \times 11)$, 2-B LoG filtre (21×21) , hızlandırılmış 3-B yöntemin x, y ve z eksenlerinde kullandığı 1-B Gauss ya da LoG filtreler sırasıyla (21×1) , (21×1) ve (11×1) boyutlarında oluşturulmuştur. İşlemci hızı 2,8 GHz olan bir bilgisayarda, bir MR görüntüsünün 3-B LoG filtre ile konvolüsyon toplamı yaklaşık 57 saniye sürerken, hızlandırılmış 3-B LoG filtreleme tekniğinde kullanılan 1-B filtrelerle konvolüsyon toplamı yaklaşık 2 saniyede gerçekleşmiştir.

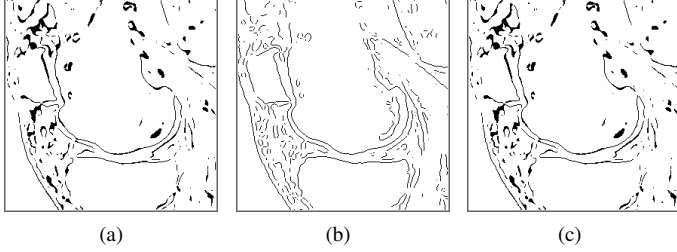
LoG filtreleme sonucunda oluşan görüntülerdeki kenar noktaları 3-B ve hızlandırılmış 3-B Marr-Hildreth yöntemleri için 6-bağlılığa (Bölüm III-B); 2-B Marr-Hildreth yöntemi için ise tüm kesitlerde 4-bağlılığa göre sıfır geçişlerinin saptanmasıyla belirlenmiştir. Şekil 5, soldan sağa 3-B, 2-B ve hızlandırılmış 3-B yöntemlerin LoG filtreleme sonuçlarını, yukarıdan aşağıya Şekil 4'te verilen 53., 54. ve 55. MR kesitleri için göstermektedir. Şekil 6'da soldan sağa üç yöntem için benzer sırayla, aynı MR görüntüsünün 54. kesitinde tespit edilmiş kenar noktaları sunulmaktadır.



Şekil 5: Şekil 4'te verilen 53. (a-c), 54. (d-f) ve 55. (g-i) MR kesitlerinde 3-B (a,d,g), 2-B (b,e,h) ve hızlandırılmış 3-B (c,f,i) yöntemlerin LoG filtreleme sonuçları.

Üç boyutta LoG filtreleme sonuçlarının, kesit eksenindeki elemanları da hesaba katmasından dolayı iki boyuttakine nazaran daha pürüzsüz ve fotoğrafsı olduğu görülmektedir. Buna rağmen, 3-B yöntemlerin kenar görüntülerinin 2-B yönteme ait kenar görüntüsündeki kemik ve kıkırdak dokularının ana kenarlarını büyük ölçüde içerdiği gözlemlenmektedir. İlaveten 3-B yöntemin z eksen yönündeki değişimlere

de hassas olması, Şekil 5-(a,d,g) LoG görüntüleri arasındaki farklılıklara bağlı olarak Şekil 6-(a)'da, (b)'dekinden daha belirgin kenarlar oluşmasına ve yer yer kümelenmiş kenar noktalarına yol açmıştır. Hızlandırılmış 3-B yöntemine ait LoG ve kenar görüntüleri 3-B yönteminkilere birbirlerinden ayırdedilemeyecek kadar benzemektedir.



Şekil 6: Şekil 4'te verilen 54. kesitte (a) 3-B, (b) 2-B, (c) hızlandırılmış 3-B Marr-Hildreth yöntemleriyle bulunan kenar noktaları.

Bununla birlikte 20 MR görüntüsü için 3-B ve hızlandırılmış 3-B yöntemlerin bulduğu kenar noktaları arasında denklem 5'te verilen zar benzerlik katsayısı (dice similarity coefficient- DSC) hesaplandığında ortalamada bulunan DSC değeri 0,99'dur ki bu yöntemlerin ufak da olsa farklılıklar barındırdığına işaret etmektedir.

$$DSC(A, B) = \frac{2|A \cap B|}{|A| + |B|} \quad (5)$$

Öte taraftan 3-B yöntemlerin kapsamı 2-B yönteminkinden geniş olduğundan bunların kenar noktalarının direkt denklem 5 ile karşılaştırılması makul değildir. Fakat 20 MR görüntüsü için, 2-B yöntemin tespit ettiği kenar noktalarının ortalamada %37'sinin 3-B yöntemine ait kenar noktalarıyla çakıştığı saptanmıştır. Çakışma yüzdesinin düşüklüğüne sebep olan etmenler arasında LoG filtrelesinin pürüzsüzleştirme özelliğinden dolayı yöntemlerin bulduğu izafi kenar noktası konumlarının ufak sapmalar göstermesi ve 2-B kesitlerde önem arz eden bazı yoğunluk atlamalarının üçüncü boyuttaki atlamalar da göz önüne alındığında önemini yitirmesi sayılabilir.

V. SONUÇ

Bu çalışmada Marr-Hildreth yönteminin kenar noktalarını üç boyutta tespit etmek üzere nasıl genişletilebileceği detaylarıyla sunulmuştur. Sonuçta, genişletilen yöntemin kesit yönündeki yoğunluk atlamalarına da hassasiyet kazanmasıyla birlikte 2-B kesitlerdeki ana kenarları bulma kesinliğini sürdürdüğü gözlemlenmiştir. Bunun yanı sıra tanımlanan hızlandırılmış 3-B uyarılmanın, 3-B yöntem için yüksek boyutlu LoG filtrenin uygulanmasını kolaylaştırarak başarılı bir kestirim yapabileceği kanıtlanmıştır.

Ancak sunulan 3-B Marr-Hildreth yöntemiyle alakalı bazı eksiklikler de mevcuttur. Kenar noktalarının yön bilgisi barındırmaması dolayısıyla Canny kenar tespit yönteminde olduğu gibi noktaların yön bilgisine bağlı olarak iyileştirilmesi veya anatomik yüzeylere ait olduğu bilinen noktalar için yüzey normalerinin bulunması [1] ek işlemler gerektirir.

Ayrıca LoG filtreler denklem 3'te düşünüldüğü gibi eksenlerdeki dijital standard sapmaları farklı olacak şekilde oluşturulduğunda, filtrelerin kesitlerde simetrikliği kaybolmakta ve yöntem izotropiklik özelliğini kaybetme pahasına uygulanmaktadır. Bu durumun üstesinden gelmek için görüntü çözünürlüklerinin tüm eksenlerde birbirlerine denk olmasını sağlayacak şekilde MR görüntülerinin ara değerlendirilmesi gerçekleştirilebilir [9].

TEŞEKKÜR

OAI, Sağlık Ulusal Kurumları (National Institutes of Health- NIH) sermayesiyle beş sözleşmeden (N01-AR-2-2258; N01-AR-2-2259; N01-AR-2-2260; N01-AR-2-2261; N01-AR-2-2262) oluşan bir kamu-özel ortaklığıdır ve OAI Çalışması Araştırmacıları'nca yürütülmektedir. Özel sermaye ortakları arasında Merck Araştırma Laboratuvarları, Novartis Farmasötik Şirketi, GlaxoSmithKline; ve Pfizer A.Ş. bulunmaktadır. OAI'nin özel sektör finansmanlığı NIH Kurumu'nca idare edilmektedir. OAI'nin kamu kullanımına açık veri setini kullanarak hazırlanan bu metin muhakkak OAI araştırmacılarının, NIH'in veya özel sermaye ortaklarının fikir ya da görüşlerini yansıtmamaktadır.

KAYNAKÇA

- [1] O. Monga, R. Deriche, J-M. Rocchisani, "3D Edge Detection Using Recursive Filtering: Application to Scanner Images", CVGIP: Image Understanding, 1991.
- [2] M. Bomans, K-H. Hohne, U. Tiede, M. Riemer, "3-D Segmentation of MR Images of the Head for 3-D Display", IEEE Transactions on Medical Imaging, 1990.
- [3] R. Pielot, M. Scholz, K. Obermayer, E. D. Gundelfinger, A. Hess, "3D Edge Detection to Define Landmarks for Point-based Warping in Brain Imaging", IEEE International Conference on Image Processing, 2001.
- [4] T. Heimann, H. P. Meinzer, "Statistical Shape Models for 3D Medical Image Segmentation: A Review", Medical Image Analysis, 2009.
- [5] Z. Ma, J. M. R. Tavares, R. N. Jorge, T. Mascarenhas, "A Review of Algorithms for Medical Image Segmentation and Their Applications to the Female Pelvic Cavity", Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering, 2010.
- [6] P. Scovanner, S. Ali, M. Shah, "A 3-Dimensional SIFT Descriptor and Its Application to Action Recognition", ACM 15th International Conference on Multimedia, 2007.
- [7] D. Marr, E. Hildreth, "Theory of Edge Detection", Proceedings of the Royal Society of London. Series B. Biological Sciences, 1980.
- [8] G.T. Shrivakshan, C. Chandrasekar, "A Comparison of Various Edge Detection Techniques Used in Image Processing", IJCSI International Journal of Computer Science Issues, 2012.
- [9] M. Brejl, M. Sonka, "Directional 3D Edge Detection in Anisotropic Data: Detector Design and Performance Assessment", Computer Vision and Image Understanding, 2000.
- [10] R. C. Gonzalez, R. E. Woods. "Digital Image Processing", Pearson Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2008.
- [11] J. Folkesson, E.B. Dam, O.F. Olsen, P.C. Pettersen, C. Christiansen, "Segmenting Articular Cartilage Automatically Using a Voxel Classification Approach", IEEE Transactions on Medical Imaging, 2007.